Chapter 6 群论

半群（Semi-group）：满足结合律的运算系统称为一个半群。

独异点（Monoid）：存在单位元的半群称为一个独异点。

群（Group）：每一个元素都存在逆元的独异点称为一个半群。

子群（Sub-group）：群的子群满足以下条件：

* 且非空
* 对于运算封闭
* ，并且有

记为。

是的子群，当其满足下列条件之一：

* + - ，且对于任意满足与。
    - ，且对于任意满足。
    - ，且对于任意满足。（利用性质是有限集）

左/右陪集（Coset）：是的子群，，则称为的左陪集，称为的右陪集，被称为陪集的代表元素。

定理：

* + - 对于上的关系，若有，则是等价关系，且。

推论：对于的子集

* + ，否则

平凡子集（Normal Subgroup）：是的子群，若对于任意，有，则是的平凡子群。每个群都有平凡子群，阿贝尔群的每个子群都是平凡子群。

性质：

* + - 的所有陪集集合是上的一个分割
    - 左陪集数量等于右陪集数量

幂计算

对于中的元素：

群的属性

对于群，存在以下属性：

特殊术语

有限群（Finite group）：是一个有限集合

平凡群（Trivial group）：只有一个元素的群

阿贝尔群（Abelian Group）：满足交换律的群

循环群（Cyclic Group）：对群若存在，则称为循环群，为的生成器。

的序（Order）：的势

元素的序：对于，的序为满足的最小正整数，表示为。若不存在，则的序为无穷。